

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

(٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: اكتب بالشكل الآسي الأعداد العقدية الآتية:

$$z_1 = (2 - 2i)\left(\sin \frac{\pi}{5} + i \cos \frac{\pi}{5}\right) \quad z_2 = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$$

السؤال الثاني: أوجد نهاية كل من التابعين: ① $f(x) = \sqrt{x^2+3} - x$ عند $(+\infty)$

②. التابع f الذي يحقق $\left|f(x) - 2\right| < \frac{E(x)}{x} - 1$ عند $(+\infty)$

السؤال الثالث: حل في C المعادلة الآتية: $z^2 - (1+3i)z - 4+3i = 0$

$$f(0) = 0$$

السؤال الرابع: f تابع معرف على \mathbb{R} وفق:

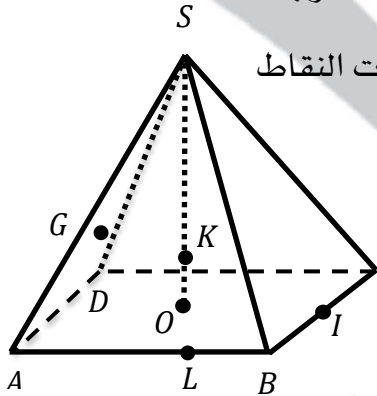
$$f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$$

و المطلوب: أثبت أن f اشتقاقي عند (0) من اليمين.

(٨٠ درجة للتمرين الأولي و٦٠ درجة لكل من التمرين الثاني والثالث والرابع)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول: في الشكل المجاور $S-ABCD$ هرم قاعدته متوازي أضلاع، والمطلوب:



①. في معلم $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS})$ أوجد إحداثيات رؤوسه ثم أوجد إحداثيات النقاط

النقطة I منتصف BC ،

النقطة G مركز ثقل المثلث ASD ، O مركز القاعدة

النقطة K التي تحقق $\overrightarrow{OK} = \frac{1}{5} \overrightarrow{OS}$ ، النقطة L التي تحقق $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$

②. برهن أن النقاط I, G, K تقع على استقامة واحدة

③. أوجد α, β التي تحقق: $\overrightarrow{GL} = \alpha \overrightarrow{SO} + \beta \overrightarrow{SD}$ ، هل الأشعة $\overrightarrow{GL}, \overrightarrow{SO}, \overrightarrow{SD}$ تقع في مستوي واحد ؟

التمرين الثاني: f تابع معرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$ ، والمطلوب:

①. أوجد نهاية f عند $(+\infty)$.

②. ادرس اشتقاكية f عند (0) .

③. اكتب معادلة نصف المماس من اليمين للخط البياني للتابع في النقطة $(0, f(0))$.

التمرين الثالث: $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $u_0 = 3$ ، $u_{n+1} = -u_n + 4$ ، والمطلوب:

①. أثبت أن $u_n = 2 + (-1)^n$ أيما كان العدد الطبيعي n .

②. بفرض $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق $v_n = u_n - 2$ ، أثبت v_n هندسية و عيّن أساسها.

③. احسب المجموع: $S = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

التمرين الرابع: نتأمل في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) النقاط A, B, C التي تمثلها

الأعداد العقدية الآتية: $a = 6 - i$, $b = -6 + 3i$, $c = -18 + 7i$ ، و المطلوب:

1. احسب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ، واستنتج أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة.

2. احسب $\frac{z_D - z_O}{z_A - z_O}$ ، واستنتج أن المثلث $O A D$ قائم و متساوي الساقين.

3. جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $O A N D$ مربع.

(٨٠ درجة للمسألة الأولى و ١٠٠ درجة للمسألة الثانية)

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: في الشكل المجاور مكعب طول ضلعه 2

فيه النقطة J منتصف $H C$ والنقطة K منتصف $F G$ ، و المطلوب:

1. عين موقع النقطتين M, N المحققتين للعلاقتين :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FH} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DG} \quad , \quad \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \frac{1}{2} \overrightarrow{EH}$$

في معلم متجانس $(A, \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}, \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}, \frac{1}{2} \overrightarrow{AE})$

2. أوجد إحداثيات النقاط J, K .

3. عين إحداثيات نقطة I تقع على المستقيم AB وتبعد عن J و K المسافة نفسها.

4. اكتب معادلة كرة مركزها مركز المكعب وتتمر من رؤوسه.

5. اكتب معادلة أسطوانة محورها AE مركز قاعدتها السفلى A والعليا E ونصف قطر قاعدتها $\sqrt{5}$

هل نقطة K من هذه الأسطوانة؟

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R}^* وفق: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$ ، و المطلوب:

1. أوجد نهاية f عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$.

2. أوجد معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $(+\infty)$ و $(-\infty)$.

2. ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها، و دلّ على القيم الحدية محلياً.

3. اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (2).

4. بفرض $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة وفق $u_n = \frac{n^2 - 3n + 1}{n}$ ، استنتج جهة اطراد المتتالية.

❖ انتهت الأسئلة ❖